# Handbok

Matematik 2b

Johan Sperling 2018
Film- & Musikgymnasiet

# Matematik 2b

Matematik 2b är en kurs som kan läsas inom ekonomiprogrammet, estetiska programmet, humanistiska programmet och samhällsvetenskapsprogrammet. Kursen bygger vidare på kursen Matematik 1b och innebär till vissa delar en utvidgning av kunskapsområdet, men till största delen en fördjupning – särskilt inom områdena funktioner och statistik.

## Hjälpmedel

För att du ska klara kursen på bästa möljliga sätt har du utöver lektioner och kursbok tillgång till en rad olika hjälpmedel.

### Filmerna

Filmerna innehåller inspelade genomgångar av de olika momenten i kursen. Du hittar filmerna via skolans hemsida:

**www.filmomusikgymnasiet.se/matematik**

Filmerna följer bokens upplägg. För nästan varje underrubrik i boken finns det en eller flera filmer. *När du kommer till ett nytt avsnitt i kursboken bör du först titta på den tillhörande filmen.* När du sedan kommer till lektionen är du väl förberedd för att räkna på egen hand eller ställa bra frågor till läraren om det var någonting i filmen du inte förstod. Filmerna är också ett bra sätt att studera matematik utanför lektionstid.

### Individuell planering

Du får en läsårsplanering av din lärare. I planeringen kan du se när det är dags för prov. Du kan också se vilken sida i boken du ska ha hunnit till varje vecka för att ligga i fas med planeringen. Det betyder inte att allt du behöver göra är att räkna i boken, men det är ett mått på om du kan ta det lite lugnare eller om du behöver öka tempot.

Om du av någon anledning, t.ex. en längre sjukdom, skulle halka efter i din planering får du hjälp av din lärare att upprätta en ny så att du kan komma i kapp.

### SchoolSoft

I SchoolSoft hittar du skriftlig återkoppling efter prov och omprov och information om vilka delar av ett kapitel som du eventuellt behöver komplettera.

### Grafritande hjälpmedel

I lektionssalen finns det i regel miniräknare att låna. Du får också låna en grafritande räknare av modellen Texas TI-82 STATS. Du kommer att ha särskild nytta av grafräknaren i de kapitel som handlar om funktioner och statistik.

För många områden inom funktionslära och statistik är också appen *Desmos* användbar. Den kan laddas ner gratis till telefon och surfplatta. Du hittar den också på webben.[1] Mobiltelefon får dock aldrig användas i samband med nationella prov.

### Nationellt prov

Alla som läser kursen skriver det nationella provet. Du skriver det nationella provet i slutet av den sista terminen som du läser kursen. Läs mer om det nationella provet på sida 27.

## Anpassning

Om du har behov av anpassning av matematiken är det viktigt att du pratar med din lärare och din mentor så att vi tillsammans kan hitta en lösning. Det kan t.ex. handla om olika läs- och skrivsvårigheter eller olika sätt att visa upp kunskaper. *Det går alltid att hitta lösningar, bara vi känner till problematiken.*

[1] www.desmos.com/calculator

# Kursens innehåll

Kursens innehåll beskrivs i kursplanen (se sida 29). Kursboken, handboken och filmerna täcker tillsammans kursens hela innehåll. För att bli godkänd i kursen behöver du uppvisa kunskaper inom kursens alla delar.

Efter varje kapitel i boken följer ett kapitelprov. Om du inte blir godkänd på alla delar i ett prov kan du i efterhand komplettera just de delar du inte klarat.

På de följande sidorna kan du läsa i detalj vad som ingår i varje del. Använd kryssrutorna för att skaffa dig en överblick över vilka delar du är godkänd på och vilka delar du har kvar att göra. Du kan också se vilka delar du har klarat av respektive saknar i SchoolSoft.

**Kapitel 1: Uttryck och ekvationer**

- ☐ T4: Kvadrerings- och konjugatreglerna
- ☐ T7a: Algebraisk lösning av andragradsekvationer
- ☐ T11: Komplexa tal
- ☐ T1: Budgetering

**Kapitel 2: Linjära funktioner**

- ☐ T5a: Räta linjens ekvation
- ☐ T10b: Grafisk lösning av linjära ekvationssystem
- ☐ T10a: Algebraisk lösning av linjära ekvationssystem

**Kapitel 3: Geometri**

- ☐ G3a: Vinklar
- ☐ T5b: Analytisk geometri
- ☐ G3c: Klassiska satser i geometrin
- ☐ G3b: Likformighet och kongruens

**Kapitel 4: Funktioner**

- ☐ F3: Allmänna egenskaper hos funktioner
- ☐ F5: Egenskaper hos andragradsfunktioner
- ☐ T7b: Grafisk lösning av andragrads- och exponentialekvationer
- ☐ T2: Potenser med rationella exponenter
- ☐ T9: Logaritmer

**Kapitel 5: Statistik**

- ☐ S3: Läges- och spridningsmått
- ☐ S4: Normalfördelningen
- ☐ S1: Statistiska metoder
- ☐ S2: Regressionsanalys, korrelation och kausalitet

☐ **T4** **Kapitel 1**

# Kvadrerings- och konjugatreglerna

### Sidor i boken

8–35
56–60

### Nya ord och begrepp

| | |
|---|---|
| *faktorisera* | *konjugatregeln* |
| *härleda* | *kvadrering* |
| *konjugat* | *kvadreringsregeln* |

### Det här behöver du kunna

- ☐ Förenkla algebraiska uttryck
- ☐ Härleda och använda kvadreringsreglerna
- ☐ Härleda och använda konjugatregeln
- ☐ Använda dessa regler i samband med ekvationslösning
- ☐ Faktorisera uttryck med hjälp av dessa regler

### Att lära sig utantill

- ☐ Kvadreringsreglerna
- ☐ Konjugatregeln

## ☐ T7a **Kapitel 1**

# Algebraisk lösning av andragradsekvationer

**Sidor i boken**

36–51
61–63

**Nya ord och begrepp**

*kvadratkomplettering*
*nollprodukt*
*pq-formeln*

**Det här behöver du kunna**

- ☐ Lösa enkla andragradsekvationer med faktorisering och nollprodukt
- ☐ Lösa andragradsekvationer med kvadratkomplettering
- ☐ Lösa andragradsekvationer med $pq$-formeln
- ☐ Avgöra om en andragradsekvation har två reella rötter, dubbelrot eller om den saknar reella rötter
- ☐ Lösa problem genom att ställa upp och lösa andragradsekvationer

**Att lära sig utantill**

- ☐ $pq$-formeln

# ☐ T11 **Kapitel 1**

# Komplexa tal

### Sidor i boken

52–54

### Nya ord och begrepp

| | |
|---|---|
| *imaginära enheten* | *realdel* |
| *imaginärdel* | *reellt tal* |
| *komplext tal* | |

### Det här behöver du kunna

- ☐ Förstå utvidningen av talbegreppet till komplexa tal
- ☐ Hantera talet $i$ och potenser av $i$
- ☐ Hitta samtliga lösningar – såväl reella som komplexa – till fullständiga andragradsekvationer

☐ **T1** **Kapitel 1**

# Budgetering

### Sidor i boken

55
64

### Nya ord och begrepp

| | |
|---|---|
| *budget* | *kalkylblad* |
| *cell* | *kalkylprogram* |
| *inkomst* | *moms* |
| *formel* | *utgift* |

### Det här behöver du kunna

- ☐ Ställa upp en personlig budget i ett kalkylprogram
- ☐ Hantera formler i ett kalkylprogram

## ☐ T5a

**Kapitel 2**

# Räta linjens ekvation

### Sidor i boken

74–104

### Nya ord och begrepp

| | |
|---|---|
| $\Delta x$ | *m-värde* |
| $\Delta y$ | *parallella linjer* |
| *allmän form* | *riktningskoefficient* |
| *fallande graf* | *räta linjens ekvation* |
| *k-värde* | *stigande graf* |
| *lutning* | $y = kx + m$ |

### Det här behöver du kunna

- ☐ Vara förtrogen med ekvationen $y = kx + m$ och dess olika delar
- ☐ Finna ekvationen för en rät linje om två punkter alt. en punkt och riktningskoefficient är kända
- ☐ Beräkna skärkningspunkterna mellan en given linje och koordinataxlarna
- ☐ Avgöra om två räta linjer är parallella med varandra
- ☐ Växla mellan formen $y = kx + m$ och allmän form för en rät linje
- ☐ Lösa problem genom att ställa upp och lösa linjära ekvationer

### Att lära sig utantill

- ☐ Ekvationen $y = kx + m$ och dess olika delar

☐ **T10b** **Kapitel 2**

# Grafisk lösning av linjära ekvationssystem

### Sidor i boken

105–107

### Nya ord och begrepp

*ekvataionssystem*
*linjärt ekvationssystem*

### Det här behöver du kunna

- ☐ Lösa linjära ekvationssystem grafiskt med respektive utan grafritande hjälpmedel
- ☐ Lösa linjära ekvationssystem angivna på allmän form grafiskt

☐ **T10a** **Kapitel 2**

# Algebraisk lösning av linjära ekvationssystem

**Sidor i boken**

108–117

**Nya ord och begrepp**

*additionsmetoden* *substitutionsmetoden*
*ersättningsmetoden*

**Det här behöver du kunna**

- ☐ Lösa linjära ekvationssystem med additionsmetoden
- ☐ Lösa linjära ekvationssystem med substitutionsmetoden
- ☐ I problemlösning ställa upp och lösa linjära ekvationssystem med valfri algebraisk metod
- ☐ Lösa linjära ekvationssystem med hjälp av numeriska och symbolhanterande verktyg

## ☐ G3a

**Kapitel 3**

# Vinklar

### Sidor i boken

132–136

### Nya ord och begrepp

*alternatvinklar*
*sidorvinklar*
*vertikalvinklar*
*vinkelsumma*
*yttervinkel*

### Det här behöver du kunna

- ☐ Beräkna vinklar i trianglar utifrån olika givna vinklars egenskaper
- ☐ Beräkna vinklar i trianglar med hjälp av triangelns vinkelsumma

☐ **T5b** **Kapitel 2 och 3**

# Analytisk geometri

**Sidor i boken**

104
141
158

**Nya ord och begrepp**

*analytisk geometri*
*avståndsformeln*

**Det här behöver du kunna**

- ☐ Förstå hur geometriska satser och förhållanden på olika sätt kan användas med linjära funktionsgrafer i koordinatsystem
- ☐ Härleda och använda avståndsformeln

**Att lära sig utantill**

- ☐ Var du hittar avståndsformeln i formelbladet

## ☐ G3c

**Kapitel 3**

# Klassiska satser i geometrin

**Sidor i boken**

137–140
148–157

**Nya ord och begrepp**

| | |
|---|---|
| *bevis* | *Pythagoras sats* |
| *cirkelbåge* | *randvinkel* |
| *hypotenusa* | *randvinkelsatsen* |
| *katet* | *sats* |
| *medelpunktsvinkel* | *topptriangelsatsen* |
| *parallelltransversal* | *transversalsatsen* |

**Det här behöver du kunna**

- ☐ Känna till och kunna använda Pythagoras sats, topptriangelsatsen, transversalsatsen och randvinkelsatsen i de olika sammanhang där de är applicerbara
- ☐ Förstå givna bevis för dessa satser
- ☐ Använda de olika geometriska satserna i problemlösning

**Att lära sig utantill**

- ☐ Var du hittar de olika geometriska satserna i formelbladet

☐ **G3b** **Kapitel 3**

# Likformighet och kongruens

**Sidor i boken**

142–147

**Nya ord och begrepp**

*likformighet*
*kongruens*
$\sim$

**Det här behöver du kunna**

- ☐ Beräkna okända sträckor utifrån likformighet
- ☐ Avgöra huruvida figurer är kongruenta och/eller likformiga

☐ **F3** **Kapitel 4**

# Allmänna egenskaper hos funktioner

**Sidor i boken**

172–188
193–202
212-217

**Nya ord och begrepp**

*exponentiell modell*
*linjär modell*
*matematisk modell*

**Det här behöver du kunna**

- ☐ Hitta funktionsvärden och nollställen till linjära funktioner, andragradsfunktioner, exponentialfunktioner mm med respektive utan digitala hjälpmedel
- ☐ Ställa upp, tolka, använda och bedöma rimligheten hos linjära respektive exponentiella modeller vid problemlösning
- ☐ Konstruera grafer till olika typer av funktioner (andragradsfunktioner, exponentialfunktioner mm) med respektive utan digitala (grafritande) hjälpmedel

# ☐ F5 Kapitel 4

# Egenskaper hos andragradsfunktioner

**Sidor i boken**

176–188

**Nya ord och begrepp**

*maximipunkt*
*minimipunkt*
*parabel*
*symmetrilinje*
*vertex*

**Det här behöver du kunna**

- ☐ Allmänna egenskaper hos andragradsfunktionen och dess funktionsgraf
- ☐ Hur olika delar i funktionsuttrycket påverkar funktionsgrafens utseende
- ☐ Vad en symmetrilinje är och hur man hittar dess $x$-värde
- ☐ Vad vertex är och hur man hittar dess koordinater
- ☐ Hitta vertex, symmetrilinje och nollställen med respektive utan digitala hjälpmedel

**Att lära sig utantill**

- ☐ Hur olika delar i funktionsuttrycket påverkar funktionsgrafens utseende

## ☐ T7b

**Kapitel 4**

# Grafisk lösning av andragrads- och exponentialekvationer

**Sidor i boken**

179–184
193–199
215–217

**Det här behöver du kunna**

- ☐ Lösa andragradsekvationer, exponentialekvationer och kombinationer av dem grafiskt när funktionsgraferna är givna
- ☐ Lösa motsvarande ekvationer grafiskt med hjälp av grafritande hjälpmedel

☐ **T2** **Kapitel 4**

# Potenser med rationella exponenter

### Sidor i boken

190–192

### Nya ord och begrepp

*rationell exponent*
*rationellt tal*

### Det här behöver du kunna

- ☐ Hantera potenser med rationella exponenter med respektive utan digitala verktyg

### Att lära sig utantill

- ☐ Var du hittar potensräknereglerna i formelbladet

## ☐ T9 Kapitel 4

# Logaritmer

**Sidor i boken**

203–217

**Nya ord och begrepp**

*logaritm*
*logaritmlag*
*tiologaritm*

**Det här behöver du kunna**

- ☐ Vad logaritmer är och hur de förhåller sig till de reella talen
- ☐ Känna till, kunna använda och förstå härledningar av logaritmlagarna
- ☐ Lösa exponentialekvationer med hjälp av logaritmer
- ☐ Lösa logaritmekvationer med hjälp av potenser
- ☐ Använda logaritmer vid problemlösning

**Att lära sig utantill**

- ☐ Var du hittar logaritmlagarna i formelbladet

☐ **S3** **Kapitel 5**

# Läges- och spridningsmått

### Sidor i boken

234–254

### Nya ord och begrepp

*datamängd*
*histogram*
*klassindelning*
*klassmitt*
*kvartil*
*kvartilavstånd*
*lådagram*
*lägesmått*
*medelvärde*
*medianvärde*
*nedre kvartil*
*observation*
*spridningsmått*
*standardavvikelse*
*typvärde*
*variationsbredd*
*övre kvartil*

### Det här behöver du kunna

- ☐ Beräkna och tolka olika läges- och spridningsmått inklusive standardavvikelse för datamängder med digitala verktyg
- ☐ Konstruera och tolka histogram och lådagram för datamängder

### Att lära sig utantill

- ☐ Var i formelbladet du hittar relevanta formler
- ☐ Hur den grafritande räknaren används för de olika momenten

☐ S4 **Kapitel 5**

# Normalfördelningen

**Sidor i boken**

255–261

**Nya ord och begrepp**

*Gaussklocka*
*normalfördelning*

**Det här behöver du kunna**

- ☐ Vad en normalfördelning är hur hur den uppkommer
- ☐ Hur normalfördelningen är konstruerad
- ☐ Använda normalfördelningen vid problemlösning
- ☐ Genomföra beräkningar på normalfördelat material med digitala verktyg

**Att lära sig utantill**

- ☐ Var du hittar normalfördelningen i formelbladet

☐ **S1** **Kapitel 5**

# Statistiska metoder

### Sidor i boken

262–268

### Nya ord och begrepp

| | |
|---|---|
| *bortfall* | *stickprov* |
| *felkälla* | *stickprovsundersökning* |
| *felmarginal* | *stratifierat urval* |
| *konfidensgrad* | *systematiskt urval* |
| *obundet slumpmässigt urval* | *totalundersökning* |
| *population* | *urvalsfel* |

### Det här behöver du kunna

- ☐ Olika metoder för att genomföra och analysera statistiska undersökningar
- ☐ Innebörden av olika typer av urval och felkällor
- ☐ Beräkna felmarginalen vid stickprovsundersökningar
- ☐ Metoder för att minska effekten av stora bortfall vid stickprovsundersökningar

### Att lära sig utantill

- ☐ Var du hittar de relevanta formlerna i formelbladet

☐ **S2** **Kapitel 5**

# Regressionsanalys, korrelation och kausalitet

**Sidor i boken**

269–280

**Nya ord och begrepp**

*exponentiell regression*
*kausalitet*
*korrelation*
*korrelatinskoefficient*
*linjär regression*
*minsta kvadratmetoden*
*negativ korrelation*
*orsakssamband*
*positiv korrelation*
*regression*

**Det här behöver du kunna**

- ☐ Genomföra linjära och exponentiella regressioner med hjälp av digitala hjälpmedel
- ☐ Avgöra om korrelation föreligger, om den är positiv eller negativ och med hjälp av korrelationskoefficienten avgöra dess styrka
- ☐ Skillnaden mellan begreppen korrelation och kausalitet och på vilket sätt denna skillnad är viktig

**Att lära sig utantill**

- ☐ Hur du använder den grafritande räknaren för att genomföra regressioner och läsa ut korrelationskoefficienten

# Att bli godkänd

För att bli godkänd på kursen måste du uppnå minst E-nivå på kursens alla mål. Du har möjlighet att visa upp dina kunskaper i två olika sammanhang:

1. Prov, omprov och andra typer av redovisningar och interaktioner på lektionstid
2. Det nationella provet

## Att tolka kursplanen

Kursplanen (se sida 29) anger vad kursen ska innehålla och på vilka sätt varje elev ska bedömas. Där kan man särskilt läsa om:

- **Centralt innehåll:** *Vad* som ska behandlas, d.v.s. vilka områden inom matematiken som ingår i kursen
- **Förmågor:** *Hur* eleven ska visa upp sina kunskaper på olika sätt

### Centralt innehåll

Du måste visa upp att du behärskar alla delar av kursens innehåll – d.v.s. det som beskrivs på sidorna 4–25. Du behöver känna till och kunna använda de olika orden och begreppen och du behöver kunna hantera metoderna, procedurerna och verktygen för varje delområde. Det motsvarar för de allra flesta delarna förmågorna *begrepp* och *procedur* nedan.

### Förmågor

Kursen syftar till att utveckla olika *förmågor*, som i sin tur är kopplade till de olika kunskapskraven i betygskriterierna. De sju förmågorna är alltså samma för alla kapitel i kursen.

Nedan följer förenklade sammanfattningar. För fullständiga beskrivningar, se kursplanen på sidan 29 och särskilt betygskriterierna på sidan 32.

*Begrepp* Förstå, kunna beskriva och kunna använda de viktiga orden och begreppen som hör till varje avsnitt och förstå hur de förhåller sig till varandra

*Procedur* Lösa typiska uppgifter, gärna på flera olika sätt och gärna med effektiva metoder

*Problemlösning* Lösa matematiska problem där lösningsmetoden inte är given från början och även formulera egna matematiska problem

*Modellering* Formulera om olika problemsituationer till matematiska modeller, avgöra om de använda metoderna och modellerna är lämpliga och även avgöra om svaret är rimligt i den givna situationen

*Resonemang* Föra matematiska resonemang och även värdera sina egna och andras resonemang och avgöra vad som är välgrundade påståenden och vad som är gissningar

*Kommunikation* Uttrycka sig matematiskt både i tal och skrift genom att använda matematiska begrepp och symboler

*Relevans* Förstå och resonera kring hur matematiken relaterar till andra områden, t.ex. andra kurser eller samhället och yrkeslivet

Förmågorna är alltså i princip desamma som betygskriterierna. För att bli godkänd i kursen behöver du uppfylla kunskapskraven för förmågorna *begrepp* och *procedur* för *allt* innehåll i kursen. De andra förmågorna behöver du också visa upp på minst E-nivå under kursens gång, men du kan göra det utifrån olika delar av kursens innehåll.

## Det nationella provet

Alla som läser kursen skriver det nationella provet. Du skriver provet under den sista terminen som du läser kursen.

Det nationella provet utgör ett stickprov av kursens hela innehåll och testar i regel alla förmågor som anges i kursplanen (förutom förmågan *relevans*). Därför utgör ett det nationella provet ett viktigt komplement till det underlag som används vid betygsättningen.

Provet har också en *normerande* funktion. Med det menas att nivån och svårighetsgraden för de olika betygsstegen anpassas till nivåerna i det nationella provet så att bedömningen blir så likvärdig som möjligt mellan olika skolor och orter.

### Anpassningar

Om behov finns kan provsituationen anpassas på olika sätt. Exempelvis kan elever med läs- och skrivsvårigheter erbjudas att få provet inläst. Utökad skrivtid kan också förekomma. Läraren beslutar tillsammans med rektor om vilka anpassningar som ska göras.

# Kursplanen

Följande avsnitt är hämtat från Skolverkets hemsida.[2] Där kan man också hitta Skolverkets kommentarer till kursplanerna, kursplaner för övriga kurser i matematik och kursplanerna på engelska.

## Ämne – matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matema tikens språk är likartad över hela världen. I takt med att samhället digitaliseras används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

## Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö och med verktyg som används inom karaktärsämnena. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digitala verktyg för att lösa problem,

[2] www.skolverket.se

fördjupa sitt matematikkunnande och utöka de områden där matematikkunnandet kan användas.

**Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:**

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

## Centralt innehåll

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

### Taluppfattning, aritmetik och algebra

- T2 Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter, såväl med som utan digitala verktyg.
- T9 Begreppet logaritm i samband med lösning av exponentialekvationer.
- T1 Metoder för beräkningar med kalkylprogram vid budgetering.
- T5 Räta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.
- T10 Begreppet linjärt ekvationssystem.
- T4 Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med ekvationslösning.
- T11 Utvidgning av talområdet genom introduktion av begreppet komplext tal i samband med lösning av andragradsekvationer.

- T7 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa exponential- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem, såväl med som utan numeriska och symbolhanterande verktyg.

### Geometri

- G3 Användning av grundläggande klassiska satser i geometri om likformighet, kongruens och vinklar.

### Samband och förändring

- F5 Egenskaper hos andragradsfunktioner.
- F3 Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, såväl med som utan digitala verktyg.

### Sannolikhet och statistik

- S1 Statistiska metoder för rapportering av observationer och mätdata från undersökningar inklusive regressionsanalys med digitala verktyg.
- S2 Orientering och resonemang när det gäller korrelation och kausalitet.
- S3 Metoder för beräkning av olika lägesmått och spridningsmått inklusive standardavvikelse, med digitala verktyg.
- S4 Egenskaper hos normalfördelat material och beräkningar på normalfördelning med digitala verktyg.

### Problemlösning

- P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive modellering av olika situationer, såväl med som utan digitala verktyg.
- P3 Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
- P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.

## Kunskapskrav

Kunskapskraven nedan är de som anges i kursplanen. Här är de dock uppdelade i de olika förmågorna som beskrivs på sidorna 26 respektive 30. Precis som i alla gymnasiekurser uppnår man de olika betygsstegen på följande sätt:

**E** Samtliga kunskapskrav är uppfyllda på E-nivå

**D** Kunskapskraven för E och *till övervägande del* för C är uppfyllda

**C** Samtliga kunskapskrav är uppfyllda på C-nivå

**B** Kunskapskraven för C och *till övervägande del* för A är uppfyllda

**A** Samtliga kunskapskrav är uppfyllda på A-nivå

## Begrepp

| | |
|---|---|
| **E** | Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några representationer** samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. |
| **C** | Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. |
| **A** | Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. |

## Procedur

| | |
|---|---|
| **E** | I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg. |
| **C** | I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg. |
| **A** | I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg. |

## Problemlösning

| | |
|---|---|
| **E** | Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. |
| **C** | Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. |
| **A** | Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. |

## Modellering

| | |
|---|---|
| **E** | I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder. |
| **C** | I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**. |
| **A** | I **problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**. |

## Resonemang

| | |
|---|---|
| **E** | Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. |
| **C** | Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. |
| **A** | Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen och **vidareutvecklar** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. |

## Kommunikation

| | |
|---|---|
| **E** | Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer. |
| **C** | Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**. |
| **A** | Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**. |

## Relevans

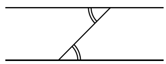
| | |
|---|---|
| **E** | Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans. |
| **C** | Genom att ge exempel relaterar eleven något **i några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans. |
| **A** | Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans. |

# Viktiga ord och begrepp

**additionsmetoden** En algebraisk metod för att lösa linjära ekvationssystem som bygger på att två ekvationer adderas till varandra på ett sådant sätt att en eller flera variabler elimineras så att bara en variabel återstår. Den återstående variabeln kan då lösas ut och användas för att finna övriga variabler.

**allmän form** Ett sätt att uttrycka ekvationen för en rät linje som inte är uttryckt på formen $y = kx + m$, t.ex. ekvationen $2y + x - 1 = 0$. Alla räta linjer (förutom helt vertikala linjer) kan uttryckas på båda formerna. Allmän form förekommer ofta inom linjära ekvationssystem.

**alternatvinklar** Två vinklar som befinner sig i motsatt läge i förhållande till varsin av två parallella linjer när dessa linjer korsas av ytterligare en linje. Alternatvinklar är alltid lika stora.



**analytisk geometri** Den gren av matematiken som sammankopplar algebra, funktionslära och geometri, t.ex. genom att geometriska figurer uppstår då linjer eller andra kurvor korsar varandra och koordinataxlarna.

**avståndsformeln** En formel inom *analytisk geometri* som används för att beräkna avståndet mellan två punkter i ett koordinatsystem. Formeln härleds ur *Pythagoras sats.*

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

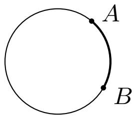
**bevis** En följd av logiska slutledningar (*härledningar*) som utgår ifrån vissa bestämda förutsättningar och som leder fram till en slutsats. Den slutsatsen är då matematiskt bevisad och man kan vara säker på att den är sann överallt och i alla tider. Slutsatsen kallas ibland för en matematisk *sats* eller ett *teorem.* Ett exempel på en sådan sats är *Pythagoras sats.*

**bortfall** Den del av ett urval som uppmanas att delta i en undersökning men som ändå inte deltar. Bortfall kan vara slumpmässigt eller systematiskt. Genom ytterligare *stickprovsundersökningar* kan man uppskatta hur bortfallet hade svarat.

**budget** En sammanställning av inkomster och utgifter för en verksamhet sådan att det blir tydligt huruvida verksamhetens medel kommer att räcka till. Ett effektivt sätt att ställa upp en budget är att använda ett *kalkylprogram*.

**cell (kalkylprogram)** En ruta i ett kalkylark som hänvisas till med dess kolumn- och radbeteckning. Cellen längst upp till vänster är således cell $A1$ (kolumn $A$, rad 1). Celler kan fyllas med värden eller formler som hänvisar till andra celler.

**cirkelbåge** Den böjda sträckan längs randen på en cirkel från en punkt till en annan.




Cirkelbågen $AB$

**datamängd** En mängd med data (d.v.s. information) som man har fått genom observationer. Om man t.ex. mäter hur långa alla elever är i en klass utgör den information man sedan har en datamängd. För en datamängd kan man beräkna olika lägesmått såsom medelvärde och medianvärde.

**ekvataionssystem** Ett system av två ekvationer (eller fler) där antalet obekanta är lika stort som antalet ekvationer så att samtliga obekanta kan lösas ut. Ekvationssystem löses med algebraiska metoder såsom *additions-* eller *substitutionsmetoden* eller grafiskt, eventuellt med hjälp av digitala hjälpmedel.

**enhet** Det mått som man mäter en viss storhet med. Sträckor mäts ofta i meter (m); vikt mäts ofta i kilogram (kg) och så vidare. Ett tals enhet bestäms av sammanhanget. Helt vanliga tal som saknar sammanhang har ingen enhet.

**ersättningsmetoden** Ett annat ord för *substitutionsmetoden* som är en algebraisk metod för lösning av linjära ekvationssystem.

**expontiell modell** En *matematisk modell* som utgår ifrån att den beroende variabeln ($y$) förändras *med lika stor andel* för varje lika stor förändring för den oberoende variabeln ($x$).

**exponentiell regression** Den typ av *regression* som syftar till att anpassa en serie mätvärden till en exponentialfunktion.

**faktorisera** Att skriva om ett algebraiskt uttryck som en produkt av faktorer. Exempel: $x^2 + 3x = x(x + 3)$, $64 - a^2 = (8 + a)(8 - a)$

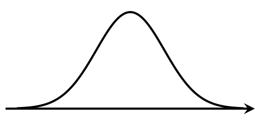
**fallande graf** En funktionsgraf som, då den betraktas från vänster till höger, hela tiden minskar.

**felkälla** Någonting som medför att ett värde beräknat från ett urval inte stämmer överens med motsvarande värde för populationen som helhet. Exempel på felkällor är *urvalsfel* och *bortfall*.

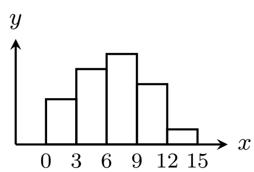
**felmarginal** När man gör ett stickprov finns det alltid en risk att det mätvärde som kan utläsas ur urvalet avviker något från populationen som helhet. Storleken på avvikelsen kallas för felmarginal och beror bland annat på stickprovets storlek och populationens storlek. Med en särskild formel kan man beräkna felmarginalens storlek angiven i procentenheter och på så viss komma fram till ett visst intervall inom vilket det riktiga värdet ligger med en viss *konfidensgrad*.

**formel (kalkylblad)** En *cell* i ett *kalkylblad* kan innehålla ett värde men också en formel. Om cell $A1$ innehåller ett värde och cell $B1$ innehåller ett annat värde kan ytterligare en annan cell visa summan av $A1$ och $B1$ genom att dess värde skrivs som formeln $=A1+B1$ (formler i kalkylblad inleds alltid med likhetstecken).

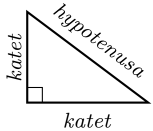
**Gaussklocka** Ett annat ord för grafen till den statistiska *normalfördelningen*. Namnet kommer från grafens form som i viss utsträckning liknar siluetten av en kyrkklocka och normalfördelningens upphovsman Carl Friedrich Gauss (varifrån Gauss-delen av namnet kommer; Gauss själv liknade inte en kyrkklocka).



**histogram** En typ av stapeldiagram där varje stapel motsvarar ett visst intervall av värden. Dessa intervall kallas ofta för *klasser*.



**hypotenusa** Den längsta sidan i en rätvinklig triangel; den sida som är *motstående* den räta vinkeln. De övriga två sidorna kallas för *kateter*.




**härleda** Ett annat ord för att logiskt slutleda, d.v.s. komma fram till, t.ex. en räkneregel så som *kvadreringsregeln*, *konjugatregeln* eller *logaritmlagarna*. En härledning av en generell regel kallas för ett matematiskt *bevis*.

**imaginära enheten** Skrivs med symbolen $i$. Talet $i$ har egenskapen att $i^2 = -1$ vilket gör det möjligt att t.ex. lösa andragradsekvationer som inte har några *reella* lösningar. Tal som innehåller $i$ kallas för *komplexa tal*, t.ex. $z = 4i$ eller $z = 3 + 2i$. Tal som inte innehåller $i$ kallas för *reella tal*.

**imaginärdel** Den del av ett *komplext tal* som utgörs av en multipel av den *imaginära enheten* $i$, t.ex. termen $2i$ i talet $z = 3 + 2i$.

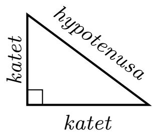
**inkomst** En mängd med pengar som kommer *till* en budget och som kan användas för att bekosta *utgifter* eller betala skulder.

**irrationellt tal** Ett *reellt tal* tal som inte kan skrivas som kvoten av två heltal. Irrationella tal som skrivs på decimalform kan inte heller skrivas exakt. Antalet decimaler är oändligt och decimalerna upprepas inte heller i något mönster. Irrationella tal kan därför bara skrivas exakt med särskilda symboler. Exempel på irrationella tal är $\pi$, $e$ (”Eulers tal”), $\sqrt{2}$ och $\sqrt{3}$. Det finns oändligt många irrationella tal. De irrationella talen utgör tillsammans med de *rationella talen* de *reella talen*.

**kalkylblad** En arbetsyta i en fil i ett kalkylprogram. Samma fil kan i regel innehålla flera olika kalkylblad. Det engelska ordet för kalkylblad är ”spreadsheet”.

**kalkylprogram** Ett datorprogram eller en app vars arbetsyta utgörs av ett rutnät av s.k. celler. I cellerna kan värden eller formler skrivas. Programmet kan därför användas för att sammanställa data eller räkna på t.ex. en budget där de ingående värdena kan bytas ut allteftersom de förändras. Det vanligaste kalkylprogrammet är *Microsoft Excel* som ingår i det s.k. Office-paketet.

**katet** De två sidor i en rätvinklig triangel som inte är den längsta sidan; de sidor som är *närliggande* den räta vinkeln. Den tredje och längsta sidan kallas för *hypotenusa*.




**kausalitet** Ett annat ord för *orsakssamband*.

**klassindelning** När en datamängd ska åskådliggöras med ett *histogram* behöver alla mätvärden delas in i klasser eller intervall som alla är lika stora.

**klassmitt** Mitten av ett intervall i ett *histogram*. Trots att histogrammet inte tar hänsyn till fördelningen av mätvärden inom respektive intervall brukar man räkna med att alla mätvärden i intervallet hamnar på klassmitten i genomsnitt. Därför innebär vissa beräkningar utifrån histogram en viss osäkerhet.

**komplext tal** Ett tal som består av summan av en *realdel* och en *imaginärdel*. Medan reella tal utgör den vanliga tallinjen befinner sig komplexa tal utanför denna tallinje. Man korsar ofta tallinjen i origo med en axel för imaginärdelen så att de komplexa talen kan ritas in i vad man kallar "det komplexa talplanet". De komplexa talen utgör således en utvidgning av talbegreppet på så sätt att reella tal är de specialfall av komplexa tal där imaginärdelen är noll. Komplexa tal skrivs ofta på formen $z = a + bi$ där $a$ är realdelen, $bi$ är imaginärdelen och $i$ är den *imaginära enheten*.

**konfidensgrad** Den grad av säkerhet, angiven i procentform, som man kan ha att ett svar från en stickprovsundersökning stämmer överens med verkligheten. Med hjälp av en särskild formel beräknar man felets storlek utifrån populationens och urvalets storlekar så att man utefter det kan beräkna det intervall inom vilket det korrekta värdet finns med en viss konfidensgrad, t.ex. 95 %.

**kongruens** När två *likformiga* geometriska figurer också är lika stora sägs de vara kongruenta. Kongruenta figurer är alltså alltid likformiga, medan liformiga figurer inte alltid är kongruenta. Mellan kongruenta figurer kan skillnader ändå förekomma i form av rotation och spegling.

**konjugat** För en parentes bestående av en summa av två termer, t.ex. $(a+b)$ är dess konjugat differensen mellan termerna, d.v.s. $(a-b)$. Även *komplexa tal* sägs ha konjugat: det komplexa talet $3+2i$ har talet $3-2i$ som sitt konjugat. En andragradsekvation som har ett komplext tal som sin ena rot har alltid det komplexa talets konjugat som sin andra rot.

**konjugatregeln** En generalisering av resultatet då en parentes bestående av två termer multipliceras med sitt *konjugat*, d.v.s. motsvarande parentes men med motsatt räknesätt: $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$.

**konstant funktion** En funktion vars värde $y$ inte beror på någon oberoende variabel $x$ utan som är konstant för alla tänkbara värden på $x$. Funktionsgrafen till en konstant funktion är en rät, horisontell linje. Exempel: $y = 3$

**korrelationskoefficient** Ett tal, ofta benämnt $r$, som beskriver styrkan i en korrelation mellan två storheter. $-1 \leq r \leq 1$ där $r = -1$ innebär perfekt *negativ korrelation*, $r = 1$ perfekt *positiv korrelation* och $r = 0$ ingen korrelation alls. Värden nära noll ska också tolkas med försiktighet med avseende på korrelation. Värdet på $r$ beräknas oftast med digitala hjälpmedel. Ibland anges då $r$ och ibland dess kvadrat, $r^2$.

**korrelation** När två storheter samvarierar så att ett mätvärde för den ena storheten i någon utsträckning kan förutsäga ett mätvärde för den andra säger man att de två storheterna korrelerar. Korrelation kan vara *positiv* och *negativ* och dessutom olika stark. Styrkan hos en korrelation beskrivs med den s.k. *korrelationskoefficienten*. Korrelation får inte förväxlas med *kausalitet*.

**kvadratkomplettering** När ett algebraiskt uttryck kompletteras med en term så att det kan faktoriseras till formen av en kvadrat. Exempel: Uttrycket $x^2 + 2x$ kan kompletteras med termen 1 till $x^2 + 2x + 1$ för att sedan faktoriseras till uttrycket $(x + 1)^2$. Kvadratkomplettering används särskilt vid algebraisk lösning av andragradsekvationer.

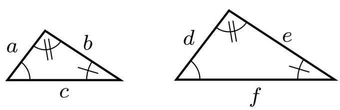
**kvadrering** När någonting multipliceras med sig självt, d.v.s. när man upphöjer någonting till två.

**kvadreringsregeln** En generalisering av resultatet av en *kvadrering* av en parentes bestående av två termer. Ibland delas regeln upp i första kvadreringsregeln: $(a + b^2) = a^2 + 2ab + b^2$ och andra kvadreringsregeln: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

**kvartil** Medianvärdet av en halv datamängd. Om datamängdens mätvärden ordnas i storleksordning med medianvärdet för hela datamängden i mitten är kvartilerna medianvärdena för de två halvorna. För den lägre halvan kallas kvartilen *nedre kvartil* och för den högre halvan *övre kvartil*. Avståndet mellan övre och nedre kvartil kallas *kvartilavstånd*.

**kvartilavstånd** Det *spridningsmått* som innebär skillnaden mellan den *övre kvartilen* och den *nedre kvartilen* för en datamängd.

**likformighet** När två geometriska figurer är likformiga är förhållandet (kvoten) mellan motsvarande sidor i figurerna lika. Det gör det möjligt att ställa upp olika samband och på så sätt beräkna okända sträckor. Motsvarande vinklar i likformiga figurer är också lika. Däremot kan det förekomma skillnader i storlek, rotation och spegling. Likformighet är en förutsättning för *kongruens*.




$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$

**linjär modell** En *matematisk modell* som utgår ifrån att den beroende variabeln ($y$) förändras *lika mycket* (i absoluta tal) för varje lika stor förändring för den oberoende variabeln ($x$).

**linjär regression** Den typ av *regression* som syftar till att anpassa en serie mätvärden till en linjär funktion.

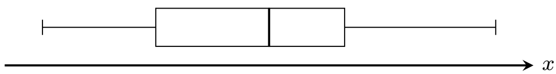
**linjärt ekvationssystem** En uppsättning av två linjära funktioner, d.v.s. räta linjer. Lösningen till ett linjärt ekvationssystem är den punkt $(x, y)$ där de båda funktionerna antar samma $y$-värde för ett visst $x$-värde, eller – grafiskt – där de två linjerna skär varandra i koordinatsystemet. Linjära ekvationssystem kan lösas algebraiskt t.ex. med *additionsmetoden* eller *substitutionsmetoden*.

**logaritm** Logaritmen för ett visst tal, t.ex. $a$, är det tal som ett annat tal, t.ex. $b$ måste upphöjas till för att potensuttryckets värde ska bli $a$. Talet $b$ kallas då för logaritmens bas och man kan skriva att $b^{\log_b a} = a$. En vanlig bas för logaritmer är talet 10 och man talar då om *tiologaritmer*. Tiologaritmer förkortas vanligen $\lg a$ så att $10^{\lg a} = a$.

**logaritmlag** En lag eller regel som kan användas vid räkning med logaritmer. Logaritmlagarna härleds enklast ur potenslagarna.

**lutning** Ett mått på hur mycket en rät linje förändras i $y$-led då en viss förändring görs i $x$-led. Värdet på lutningen kallas linjens *riktningskoefficient* eller $k$-värde.

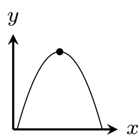
**lådagram** En enkel, endimensionell form av diagram över en datamängd där olika lägesmått markeras längs en axel och sedan binds ihop med linjer och rektanglar (”lådor”).



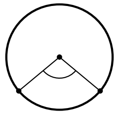

**lägesmått** Olika mått som beskriver hur en datamängd är beskaffad. Vanliga lägesmått är medelvärde, medianvärde och typvärde.

**matematisk modell** En matematisk representation, t.ex. i form av en funktion, som avser att beskriva något samband i verkligheten. Matematiska modeller är aldrig exakt överensstämmande med verkligheten men kan ändå vara mycket värdefulla och användbara i olika situationer.

**maximipunkt** En punkt på en funktionsgraf där funktionens värde är lägre för både mindre och större värden på $x$, d.v.s. både till höger och vänster om punkten på grafen. För en andragradsfunktion med negativ $x^2$-term är dess *vertex* en maximipunkt.



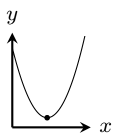
**medelpunktsvinkel** Den vinkel som uppstår då radier dras från en cirkels mittpunkt till ändarna av en *cirkelbåge*.



**medelvärde** Ett annat ord för genomsnitt. Man beräknar medelvärdet av ett antal observationer genom att beräkna kvoten mellan summan av alla observationer och antalet observationer. Exempel: Om tre barn har två, tre respektive sju syskon är medelvärdet av antalet syskon för dessa barn $\frac{2+3+7}{3} = 4$ syskon.

**medianvärde** Det tal man får om man ställer upp alla observationer i storleksordning och hittar den observation som står precis i mitten. Om antalet observationer är jämnt är medianvärdet medelvärdet av de två observationer som tillsammans står i mitten. Medianvärdet är bra att använda om något särskilt mätvärde avviker krafigt från de övriga. Exempel: Om fyra personer har 1 000 kr var på banken och en femte person har 96 000 kr på banken är medelvärdet av deras olika kapital $\frac{100\,000}{5} = 20\,000$ kr, men det är ganska missvisande för hur fördelningen faktiskt ser ut. Medianvärdet är 1 000 kr.

**minimipunkt** En punkt på en funktionsgraf där funktionens värde är högre för både mindre och större värden på $x$, d.v.s. både till höger och vänster om punkten på grafen. För en andragradsfunktion med positiv $x^2$-term är dess *vertex* en minimipunkt.

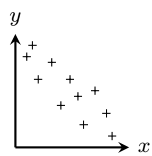



**minsta kvadratmetoden** En vanlig s.k. numerisk metod som används av många digitala hjälpmedel vid *regression* för att hitta den bäst anpassade funktionen till en given serie med mätvärden. Metoden går ut på att en funktion $V$ ställs upp vars värde är summan av kvadraterna av skillnaden mellan varje mätvärde och en föreslagen funktion $f$, t.ex. en rät linje. När värdet på funktionen $V$ är så litet som möjligt är den föreslagna funktionen $f$ den bäst anpassade. Man använder kvadraterna av skillnaderna för att positiva och negativa avvikelser från $f$ inte ska ta ut varandra.

**moms** Ett vanligt ord för s.k. mervärdesskatt vilket är skatt på konsumtion av varor och tjänster. Om du köper en vara som egentligen kostar 100 kr betalar du istället 125 kr varav 25 kr betalas in av butiken till staten. Den vanligaste momssatsen i Sverige är 25 %, men vissa varor och tjänster har andra momssatser.

**nedre kvartil** Medianvärdet av den del av en datamängd som innehåller datamängdens medianvärde och alla tal som är mindre än medianvärdet, d.v.s. medianvärdet av ”den mindre halvan” av datamängden.

**negativ korrelation** När ett samband finns mellan två *storheter* sådant att då den ena ökar tycks den andra minska eller tvärt om. En negativ korrelation har en korrelationskoefficient $-1 \leq r < 0$.




**nollprodukt** Namnet på den lösningsmetod för vissa ekvationer som går ut på att det ena ledet faktoriseras samtidigt som det andra ledet är noll. Utifrån det måste någon faktor vara noll. Exempel: I ekvationen $x(x+4) = 0$ är lösningarna $x_1 = 0$ respektive $x_2 = -4$ eftersom dessa $x$-värden i tur och ordning gör att faktorerna $x$ respektive $(x + 4)$ blir noll. Då blir också produktens värde noll och ekvationen uppfylls.

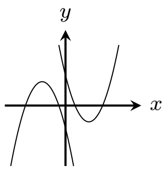
**normalfördelning** Den statistiska fördelning av mätvärden som uppstår då många olika faktorer påverkar värdet, eller då många olika statistiska fördelningar adderas till varandra. Normalfördelningen är som störst omkring datamängdens medelvärde och minskar allteftersom man avviker från medelvärdet. Normalfördelningens graf liknar därför siluetten av en kyrkklocka och kallas ibland, efter dess upphovsman Carl Friedrich Gauss, för en *Gaussklocka.*

**observation** Om man räknar någonting, t.ex. antalet bilar av olika färger som kör förbi på ett visst ställe, utgör varje bil som kör förbi en observation. Observationer kan också vara mätvärden. Om man t.ex. tar reda hur hur långa alla elever är i en skolklass utgör varje mätning en observation. En samling dokumenterade observationer utgör en datamängd.

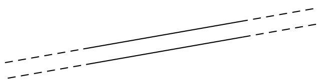
**obundet slumpmässigt urval** När urvalet till en statistisk undersökning görs helt utifrån slumpen, t.ex. med en tärning eller en dators slumptalsgenerator.

**orsakssamband** Kallas också *kausalt samband* eller *kausalitet*. När två storheter korrelerar *och* den ena storhetens värde helt eller delvis *är orsak till* den andra storhetens värde föreligger ett orsakssamband. Det är viktigt att inse att korrelation inte implicerar kausalitet.

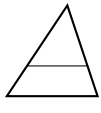
**parabel** Den särskilda form som grafen av en andragradsfunktion har.




**parallella linjer** Två linjer som har samma lutning är parallella. Parallella linjer skär aldrig varandra i en plan geometri. Linjära funktioner vars grafer är parallella har samma *riktningskoefficienter*.

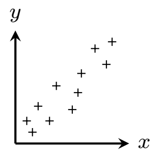


**parallelltransversal** En linje som genomskär en triangel och som är parallell med en av triangelns sidor.



**population** Den mängd individer som tillsammans utgör hela den grupp man vill undersöka statistiskt.

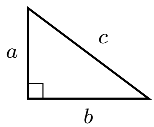
**positiv korrelation** När ett samband finns mellan två *storheter* sådant att då den ena ökar tycks också den andra öka. En positiv korrelation har en korrelationskoefficient $0 < r \leq 1$.



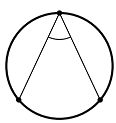

***pq*-formeln** En formel som kan användas för att snabbt hitta rötterna till en fullständig andragradsekvation om den är uttryckt på formen $x^2 + px + q = 0$. $pq$-formeln härleds genom att man löser denna generella andragradsekvation med *kvadratkomplettering*.

$$x^2 + px + q = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

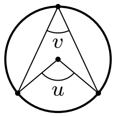
**Pythagoras sats** En matematisk sats som beskriver ett förhållande mellan sidorna i en rätvinklig triangel. Pythagoras sats säger att summan av kateternas kvadrater är lika med hypotenusans kvadrat, eller $a^2 + b^2 = c^2$ om $a$ och $b$ är kateternas sträckor och $c$ är hypotenusans sträcka. Satsen är uppkallad efter den grekiske matematikern och filosofen Pythagoras (580–495 f.Kr), men han var inte först med att visa detta samband. Babylonierna lär ha känt till satsen redan 2 000 år f.Kr.




**randvinkel** Den vinkel som uppstår då linjer dras från ändarna av en *cirkelbåge* till en punkt på cirkelns rand.



**randvinkelsatsen** Den geometriska sats som säger att *medelpunktsvinkeln* till en *cirkelbåge* är dubbelt så stor som *randvinkeln* till samma cirkelbåge. Av randvinkelsatsen följer att alla randvinklar på samma cirkelbåge är lika stora, samt att en randvinkel till en cirkelbåge som utgör halva cirkeln är rät.




$u = 2v$

**rationell exponent** En exponent som är ett *rationellt tal*, d.v.s. ett tal som kan uttryckas som en kvot av heltal. Heltalsexponenter är därför också rationella, men när man uttryckligen talar om rationella exponenter brukar man mena exponenter som är bråk. Exempel: $10^{\frac{1}{2}}$, $a^{\frac{3}{4}}$

**rationellt tal** Ett tal som kan uttryckas som en kvot av två heltal kallas för ett rationellt tal (”ratio” betyder kvot eller förhållande). Exempel på rationella tal är bråk såsom $\frac{3}{4}$ och $\frac{1}{100}$, men även heltal är rationella eftersom exempelvis $3 = \frac{3}{1}$. De rationella talen utgör tillsammans med de *irrationella talen* de *reella talen.*

**realdel** Den del av ett *komplext tal* som utgörs av ett *reellt tal*, t.ex. talet 3 i det komplexa talet $z = 3 + 2i$.

**reellt tal** Ett tal som finns på den vanliga tallinjen kallas för ett reellt tal. Tal som inte återfinns på tallinjen kallas för *komplexa tal.*

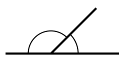
**regression** En anpassning av ett funktionsuttryck och dess funktionsgraf till en mängd mätvärden. Om ett antal mätpunkter antyder en *korrelation* mellan olika *storheter* kan man vilja åskådliggöra detta samband med en matematisk funktion. Man gör då en regression. Om sambandet är linjärt gör man en *linjär regression*; om det är exponentiellt gör man en *exponentiell regression.* Regressioner görs oftast med digitala hjälpmedel, men linjära regressioner kan också göras för hand. I samband med att man gör en regression med ett digitalt hjälpmedel kan man få reda på regressionens *korrelationskoefficient* som är ett mått på korrelationens styrka.

**riktningskoefficient** Kallas ofta för den räta linjens $k$-värde. Ett mått på förändringshastigheten och tillika funktionsgrafens lutning för en linjär funktion. Man beräknar dess värde genom att beräkna kvoten mellan skillnaden i $y$-led och skillnaden i $x$-led för två kända punkter på linjen, d.v.s. $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$. Ett positivt $k$-värde innebär att grafen är *stigande* och ett negativt att den är *fallande*. Om $k = 0$ är linjen helt horisontell och funktionen är oberoende av $x$ eftersom $y = 0 \cdot x + m$, d.v.s. $y = m$. Funktionen kallas då för en *konstant funktion*.

**räta linjens ekvation** Den ekvation som kan beskriva samtliga möjliga räta linjer (linjära funktioner). Ekvationen har oftast formen $y = kx + m$ där $k$ är dess *riktningskoefficient* och $m$ är dess skärningspunkt med $y$-axeln. Alla räta linjer (förutom helt vertikala linjer) kan skrivas på denna form men de kan också uttryckas på andra former, t.ex. *allmän form*.

**sats** Ett matematisk påstående som är matematiskt bevisat.

**sidovinklar** Två vinklar som tillsammans utgör exakt ett halvt varv, d.v.s. $180^\circ$.



**spridningsmått** Ett tal som säger någonting om hur olika mätvärden är spridda i en datamängd. Exempel på spridningsmått är *standardavvikelse* och *kvartilavstånd*.

**standardavvikelse** Ett mått på hur stor den genomsnittliga avvikelsen från medelvärdet är i en *datamängd*. Standardavvikelsen är ett exempel på ett s.k. *spridningsmått*. Standardavvikelsen $s$ för ett *stickprov* kan beräknas med hjälp följande formel eller med digitala hjälpmedel:

$$s = \sqrt{\frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2}{n-1}}$$

**stickprov** Ett urval som utgör en liten andel av en populationen som ska undersökas och som vid den statistiska sammanställningen förväntas representera populationen som helhet.

**stickprovsundersökning** En statistisk undersökning där inte hela populationen som ska undersökas deltar (s.k. *totalundersökning*) utan där en mindre andel utvalda individer (*stickprovet*) får representera hela populationen.

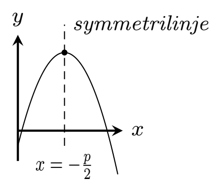
**stigande graf** En funktionsgraf som, då den betraktas från vänster till höger, hela tiden stiger.

**storhet** Någonting i verkligheten/naturen som går att mäta. Exempel på storheter är sträcka, tid, vikt, volym och hastighet. Varje storhet mäts i en viss *enhet* (i dessa fall t.ex. meter, sekunder, kilogram, liter och meter per sekund).

**stratifierat urval** När en population delas in i olika inbördes tämligen homogena grupper ("strata"), t.ex. åldersgrupper, så att ett urval kan göras med representanter från respektive grupp. Stickprovet kan då vara mindre än annars utan att urvalet behöver bli mindre representativt för populationen som helhet.

**substitutionsmetoden** Kallas också *utbytesmetoden*. Den algebraiska metod för lösning av ekvationsystem som bygger på att man ur någon ekvation löser ut den ena variabeln för att sedan ersätta den variabeln med det motsvarande uttrycket i den andra ekvationen. Då uppstår en ekvation med endast en variabel som kan lösas på vanligt sätt.

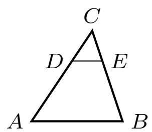
**symmetrilinje (andragradsfunktion)** Den vertikala linje i koordinatsystemet kring vilken andragradsfunktionens graf är symmetrisk. Symmetrilinjen anges således med ett $x$-värde. Om andragradsfunktionen är angiven på formen $f(x) = x^2 + px + q$ kommer symmetrilinjens $x$-värde att vara $-\frac{p}{2}$.




**systematiskt urval** När man gör sitt urval till en statistisk undersökning med någon i förväg bestämd systematik, t.ex. att man från en lista över hela populationen plockar ut precis var tionde individ att delta i undersökningen.

**tiologaritm** En logaritm med talet 10 som bas. Tiologaritmen för talet $a$ skrivs ibland $\log_{10} a$, men oftare $\lg a$. Tiologaritmen för talet $a$ är det tal som talet 10 måste upphöjas till för att potensuttryckets värde ska vara $a$, d.v.s. $10^{\lg a} = a$.

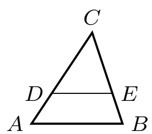
**topptriangelsatsen** Den geometriska sats som säger att om en triangel genomkorsas av en parallelltransversal så kommer den lilla triangel som då bildas (topptriangeln) att vara likformig med den ursprungliga triangeln.




$$\triangle ABC \sim \triangle DEC$$

**totalundersökning** När samtiga individer i en population deltar i en undersökning.

**transversalsatsen** När en triangel genomkorsas av en parallellstransversal delar parallelltransversalen upp två av triangelns sidor i två delar vardera. Transversalsatsen säger att förhållandet mellan dessa delar för den ena sidan är detsamma som förhållandet mellan motsvarande delar för den andra sidan, oavsett hur triangeln i övrigt ser ut.




$$\frac{AD}{CD} = \frac{BE}{CE}$$

**typvärde** Den observation som är vanligast förekommande i en serie observationer, d.v.s. den typ av observation som har högst frekvens. Exempel: Ett antal barn har veckopeng. De får 20, 25, 30, 25, 60, 30 respektive 25 kr/vecka. Typvärdet är 25 kr/vecka eftersom det är den veckopeng som flest av barnen får.

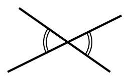
**urvalsfel** Om man samlar in data för att få ett statistiskt underlag är det viktigt att urvalet man gör är reperesenativt för den population man vill undersöka. Om så inte är fallet har man begått ett urvalsfel.

**utgift** Pengar som man måste skiljas från, t.ex. vid inköp av varor eller tjänster.

**variationsbredd** Ett mått på hur mycket de olika observationerna i en datamängd skiljer sig från varandra. Variationsbredden är skillnaden mellan det största och det minsta mätvärdet. Exempel: Om en grupp med barn är 4, 5, 9, 2, 3, och 4 år gamla är variationsbredden $9 - 2 = 7$ år eftersom det äldsa barnet är 9 år och det yngsta barnet är 2 år.

**vertex** Den punkt på funktionsgrafen för en andragradsfunktion som utgör funktionens *maximi-* eller *minimipunkt*. Vertex sitter alltid på funktionens *symmetrilinje*.

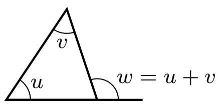
**vertikalvinklar** Två vinklar som befinner sig på motsatt sida från varandra då två räta linjer korsar varandra. Vertikalvinklar är alltid lika stora.



**vinkelsumma** Summan av alla inre vinklar i en polygon. Vinkelsumman i en triangel är alltid 180°. Vinkelsumman i en polygon med $n$ sidor är alltid $180 \cdot (n - 2)°$.

**$y = kx + m$** Den så kallade *räta linjens ekvation* där $k$ är linjens *riktningskoefficient* och $m$ dess skärningspunkt med $y$-axeln.

**yttervinkel** Den vinkel som tillsammans med en av en triangels vinklar bildar ett halvt varv (180°). Yttervinkeln är alltid lika stor som summman av de moståend vinklarna i triangeln. (Sambandet kallas ibland för ”yttervinkelsatsen”.)




**övre kvartil** Medianvärdet av den del av en datamängd som innehåller datamängdens medianvärde och alla tal som är större än medianvärdet, d.v.s. medianvärdet av ”den större halvan” av datamängden.

# Viktiga symboler

## Räknesätt

$+$ **Plustecken**. Används mellan termer vid addition, t.ex. $3+4$.

$-$ **Minustecken**. Används vid subtraktion om tecknet står mellan termer, t.ex. $10-7$, men betyder negativt tal om det står först i ett uttryck, t.ex. $-3+5$, eller tillsammans med ett tal inom parentes, t.ex. $3-(-5)$. I det sista exemplet är det första minustecknet en subtraktion medan det andra markerar ett negativt tal. På avancerade miniräknare brukar tecknet för subtraktion vara $\boxed{-}$ medan tecknet för negativt tal brukar vara $\boxed{\text{(-)}}$. På enklare miniräknare förekommer ofta symbolen $\boxed{+/-}$ som används för att växla mellan positivt och negativt tal för det värde som visas i displayen.

$\cdot$ **Gångertecken**. Används mellan faktorer vid multiplikation, t.ex. $3\cdot 4$. I vissa länder och kulturer används andra tecken, t.ex. $\times$. Man bör dock undvika att använda $\times$ då symbolen lätt blandas samman med symbolen $x$ som ofta används inom algebra och ekvationslösning, särskilt då man skriver för hand. Symbolen $\boxed{\times}$ är vanligt förekommande på miniräknare.

/ **Divisionsstreck**. Används mellan täljare och nämnare vid division, t.ex. 20/5. Ofta skrivs divisionen istället vertikalt: $\frac{20}{5}$. När tecknet / används är det viktigt att täljare och nämnare skrivs inom parentes om de innehåller flera termer: $(13+7)/(1+4)=\frac{13+7}{1+4}$. Symbolen $\div$ förekommer ofta på miniräknare. I vissa sammanhang, särskilt när man räknar med skalor, används istället ett kolon (:). Då står täljaren till vänster om kolonet och nämnaren till höger. Skalan ”ett till tio tusen” på en karta skrivs alltså $1:10\,000$.

( ) **Parenteser**. Används för att markera uttryck som ska beräknas först när man använder prioriteringsreglerna, t.ex. $3\cdot(4+5)$, alternativt för att markera ett negativt tal: $2+(-5)$. Om det negativa talet står först i uttrycket behöver parentestecken inte användas: $-5+2$.

$\sqrt{\phantom{x}}$ **Kvadratrot** eller **roten ur**. Det tal som gånger sig självt blir det som står under rottecknet. Exempel: $\sqrt{9} = 3$ eftersom $3 \cdot 3 = 9$. Används t.ex. vid lösning av andragradsekvationer. Symbolen kan också skrivas $\sqrt[2]{\phantom{x}}$.

$\sqrt[3]{\phantom{x}}$ **Kubikrot** eller **tredjeroten ur**. Det tal som gånger sig självt tre gånger blir det som står under rottecknet. Exempel: $\sqrt[3]{27} = 3$ eftersom $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$. Används t.ex. vid lösning av tredjegradsekvationer. Siffran 3 kan också bytas ut mot andra tal. T.ex. är $\sqrt[7]{100}$ (”sjunderoten ur hundra”) det tal som upphöjt till 7 blir 100.

$\pm$ **Plus-minus**. Används när ett tal antingen ska adderas till eller subtraheras från ett annat tal. Oftast används det vid lösning av andragradsekvationer, vars två lösningar ligger lika långt från något tal, t.ex. $x = 3 \pm 2$, d.v.s. $x_1 = 3+2 = 5$ och $x_2 = 3-2 = 1$.

$\overset{+}{(-)}$ **Plus-minus (men egentligen inte minus)**. Används särskilt vid lösning av andragradsekvationer men där den negativa lösningen inte är intressant för det aktuella problemet. Om man ska beräkna en sträcka $x$ genom att lösa en andragradsekvation kommer ekvationen att ha två lösningar, samtidigt som sträckor alltid är positiva. Då skriver man t.ex. $x = \overset{+}{(-)}3$ m för att markera att ekvationen *har* två lösningar, men att bara den positiva lösningen är av intresse.

## Tal och värden

, **Decimaltecken** eller **decimalkomma**. Tecknet avskiljer entalen från tiondelarna i decimaltal. I Sverige används vanligt kommatecken (,) som decimaltecken medan punkt (.) är vanligt i många andra länder. Där kan kommatecken istället användas som tusenavdelare, vilket i Sverige i regel är ett litet mellanrum. Ett tal som i Sverige skulle skrivas 1 453 265,324 skulle i t.ex. USA kunna skrivas 1,453,265.324.

*mgn* **Minsta gemensamma nämnare**. Förkortas ibland med stora bokstäver, *MGN*. Det är det minsta tal som ett antal olika nämnare skulle kunna förlängas till, t.ex. när olika bråk ska adderas.

% **Procent**. Ordet och symbolen betyder hundradel.

‰ **Promille**. Ordet och symbolen betyder tusendel.

ppm **Parts per million**. Symbolen är en förkortningn av det engelska uttrycket för miljondel.

µ **My** eller **mikro**. Symbolen är ett prefix som ersätter tiopotensen $10^{-6}$, d.v.s. en miljondel. Tecknet är den grekiska bokstaven *my*. $\mu$ kan också användas för att beteckna medelvärdet för en datamängd, särskilt i normalfördelat material.

$\pi$ **Pi**. Talet $\pi$ är förhållandet (kvoten) mellan en cirkels diameter och dess omkrets. Symbolen är den grekiska bokstaven med samma namn. $\pi \approx 3{,}14$.

$i$ **Imaginära enheten**. Talet $i$ har egenskapen att $i^2 = -1$ vilket gör det möjligt att t.ex. lösa andragradsekvationer som inte har några reella (vanliga) lösningar. Tal som innehåller $i$ kallas för *komplexa tal*.

$e$ **Eulers tal**. En matematisk konstant, precis som talet $\pi$. Talet $e$ används särskilt som bas i exponentialfunktioner. $e \approx 2{,}71$.

$\overline{x}$ **Medelvärde** eller **genomsnitt**. (I vissa sammanhang används den grekiska symbolen $\mu$ istället.)

$\sigma$ **Sigma**. Används ofta för att beteckna standardavvikelse. (Ibland används istället bokstaven $s$.) Symbolen är den grekiska bokstaven med samma namn.

$\infty$ **Oändligheten**. Ett värde som är oändligt stort. Oändligheten är inte ett tal i vanlig mening, t.ex. på grund av att $2 \cdot \infty = \infty$.

## Relationer

$=$ **Lika med** eller **likhetstecken**. Används mellan uttryck som är lika mycket värda, t.ex. $3 + 2 = 5$. Likhetstecknet får aldrig användas mellan uttryck som inte kan vara lika stora. Därför ska man aldrig använda likhetstecknet i betydelsen ”nästa steg i min tankegång”, t.ex. $2 + 2 = 4 \cdot 3 = 12 - 5 = 7$ (”först adderar jag två med två, sedan multiplicerar jag med tre, därefter subtraherar jag med fem och får då svaret 7”). I exemplet är uttrycken på vardera sidan om likhetstecknen inte alltid lika stora. Därför får man inte skriva så. Istället får man skriva $(2+2) \cdot 3 - 5 = 7$ eller

$$2 + 2 = 4$$
$$4 \cdot 3 = 12$$
$$12 - 5 = 7$$

Likhetstecken får heller inte förekomma *inuti* uttryck, t.ex. i beräkningen $3^2 \cdot 3^3 = 3^{2+3=5}$. Istället får man skriva $3^2 \cdot 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$.

$\neq$ **Ej lika med** eller **skilt från**. Används mellan uttryck och tal som inte är eller får vara lika stora. Exempelvis behöver man i samband med uttrycket $\frac{1}{x}$ skriva att $x \neq 0$ eftersom man inte kan dela med noll.

$\approx$ **Ungefär lika med**. Används mellan tal som är ungefär lika stora, särskilt efter avrundningar. Exempel: $3{,}423 \approx 3{,}4$.

$\sim$ **Likformig med**. Exmempel: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ innebär att triangeln $ABC$ är likformig med triangeln $DEF$.

$> <$ **Större än** resp. **mindre än**. Kallas också för **olikhetstecken**. Används mellan tal och uttryck för att beskriva vilket av dem som är störst och vilket av dem som är minst, t.ex. $3 > 5$ eller $-10 < -8$. Tecknets spets pekar mot det som är mindre, medan tecknets ”gap” gapar mot det som är större. Inom algebran används tecknen för att markera att ett visst tal *inte* ingår i ett intervall. Om t.ex. $x > 2$ kan $x$ inte vara lika med 2 men alla tal som är större än 2.

$\geq \leq$ **Större än eller lika med** resp. **mindre än eller lika med**. Kallas också för **olikhetstecken**. Används främst inom algebran för att markera att ett visst tal *ingår* i ett intervall. Om t.ex. $x \geq 2$ kan $x$ vara talet 2 och alla tal som är större än 2. Tecknen kan också skrivas $\geqslant$ och $\leqslant$.

## Funktioner och skrivsätt

$(x, y)$ **Koordinater** eller **punkt**. Två tal som tillsammans beskriver placeringen av en viss punkt i ett koordinatsystem. $x$-talet står alltid först, följt av $y$-talet. Om något av talen skulle innehålla decimaler kan kommatecknet mellan $x$ och $y$ ersättas med semikolon (;) för ökad tydlighet.

$f(x)$ **Funktion**. Utläses ”$f$ av $x$”. Det innebär att funktionens namn (den beroende variabeln, d.v.s. det som brukar kallas $y$-värdet) är $f$ och att den oberoende variabeln är $x$. Om det t.ex. står $S(t)$ är funktionens namn (den beroende variabeln) $S$ medan den oberoende variabeln är $t$.

$k$ **Proportionalitetskonstant**. Bokstaven $k$ används till olika saker i olika sammanhang, men är särskilt vanlig som det tal som beskriver lutningen på en proportionalitet.

$m$ **m-värde** eller **konstantterm**. Den term som i en linjär funktion inte är beroende av $x$ betecknas ofta $m$.

$\Delta x$ **Delta x**. Skillnaden mellan två punkters $x$-värden i ett koordinatsystem. Symbolen $\Delta$ är den grekiska bokstaven *delta*.

$\Delta y$ **Delta y**. Skillnaden mellan två punkters $y$-värden i ett koordinatsystem.

$P(A)$ **Sannolikhet**. $P$ står för ”sannolikheten att” (bokstaven kommer från engelskans *probability*) och $A$ är ett utfall av en viss händelse. Exempel: Sannolikheten att slå en trea när man slår en tärning kan skrivas $P(\text{trea}) = \frac{1}{6}$.

$^\circ$ **Vinkelgrader** eller **grader**. Symbolen är, när det handlar om vinkelgrader, den enda enhet som skrivs direkt efter mätvärdet utan ett mellanrum. Man skriver alltså 180° och inte 180 °. När symbolen används för att skriva temperaturer använder man ett mellanrum. Då ska också symbolen följas av en förkortning av den temperaturskala man använder, t.ex. 10 °C (10 grader Celsius) eller 32 °F (32 grader Fahrenheit).

$\wedge$ **Vinkel**. Symbolen skrivs före en bokstav eller en serie bokstäver. T.ex. $\wedge A$ utläses "vinkeln $A$" och är den enda vinkel som finns vid en punkt som kallas $A$. Om flera vinklar finns vid en viss punkt kan man använda skrivsättet $\wedge BAC$. Det betyder då den vinkel som man målar ut om man följer en bana från punkten $B$ via punkten $A$ och vidare till punkten $C$. Själva vinkeln, som finns vid punkten $A$, blir då entydigt hänvisad till.

$\triangle$ **Triangel**. I geometriska figurer kan det förekomma olika trianglar som man vill beskriva och hänvisa till. Man kan då skriva "triangeln $ABC$" där $A$, $B$ och $C$ är de punkter som finns i triangelns hörn. Man kan också skriva $\triangle ABC$.

lg **Tiologaritm**. lg är således en förkortning för skrivsättet $\log_{10}$, d.v.s. en logaritm med talet 10 som bas. På miniräknare används ofta symbolen $\boxed{\text{LOG}}$ för tiologaritmen.

ln **Naturlig logaritm**. En naturlig logaritm är en logaritm som har talet $e$, "Eulers tal", som bas. Det är således en förkortning för skrivsättet $\log_e$.

## Logik

$\Rightarrow \Leftarrow$ **Implikation**. Används för att markera att ett påstående *implicerar*, d.v.s. leder till, en viss slutsats (ett annat påstående). Exempel: "Du är i Norrköping" $\Rightarrow$ "Du är i Sverige". Pilens riktning avgörs av vilket påstående som implicerar vilket.

$\Leftrightarrow$ **Ekvivalens**. Används för att markera att två påståenden implicerar varandra. Exempel: "Lena är äldre än Sofie" $\Leftrightarrow$ "Sofie är yngre än Lena".

## Talmängder

$\mathbb{N}$ **De naturliga talen**. Till de naturliga talen räknas alla positiva heltal. Ofta räknas också talet 0 till de naturliga talen.

$\mathbb{Z}$ **Heltalen**. Hit räknas alla heltal, såväl positiva som negativa. De naturliga talen är en delmängd av heltalen.

$\mathbb{Q}$ **De rationella talen**. Hit hör alla tal som kan skrivas som en kvot mellan två heltal, d.v.s. alla tänkbara bråktal. Rationella tal kan alltid skrivas exakt på decimalform med ett ändligt antal decimaler eller med ett oändligt antal decimaler i ett visst mönster, t.ex. $\frac{1}{3} = 0{,}333\,333\,333\ldots$ Heltalen är en delmängd av de rationella talen.

$\mathbb{R}$ **De reella talen**. Alla tal som finns på tallinjen utgör tillsammans de reella talen. Utöver de rationella talen finns här **de irrationella talen**. Det är de tal som *inte* kan skrivas som en kvot mellan två heltal och som inte heller kan anges exakt på decimalform. Exempel på irrationella tal är $\pi$, $e$ ("Eulers tal"), $\sqrt{2}$ och $\sqrt{3}$.

$\mathbb{C}$ **De komplexa talen**. En utvidgning av de reella talen med tal som innehåller en s.k. imaginärdel, d.v.s. en term med någon multipel av den imaginära enheten $i$. Därmed är alla reella tal specialfall av komplexa tal sådana att imaginärdelen är noll. Exempel: $2 - 5i$ (komplext tal); $4 + 0 \cdot i = 4$ (reellt tal)

# Formelblad

Vid det nationella provet i Matematik 2b får du använda Skolverkets formelblad. Du får också använda det vid alla prov, delprov och kompletteringar som du gör under kursens gång. Nedan återges exakt samma innehåll som i formelbladet.

## Algebra

### Regler

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

### Andragradsekvationer

$x^2 + px + q = 0$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$ax^2 + bx + c = 0$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

## Aritmetik

### Prefix

| T | G | M | k | h | d | c | m | µ | n | p |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| tera | giga | mega | kilo | hekto | deci | centi | milli | mikro | nano | piko |
| $10^{12}$ | $10^9$ | $10^6$ | $10^3$ | $10^2$ | $10^{-1}$ | $10^{-2}$ | $10^{-3}$ | $10^{-6}$ | $10^{-9}$ | $10^{-12}$ |

### Potenser

$$a^x a^y = a^{x+y} \qquad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \qquad \frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x \qquad a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$(a^x)^y = a^{xy} \qquad a^x b^x = (ab)^x \qquad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \qquad a^0 = 1$$

### Logaritmer

$y = 10^x \Leftrightarrow x = \lg y$

$$\lg x + \lg y = \lg xy \qquad \lg x - \lg y = \lg \frac{x}{y} \qquad \lg x^p = p \cdot \lg x$$

## Funktioner

### Räta linjen

$$y = kx + m \qquad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$ax + by + c = 0$, där inte både $a$ och $b$ är noll

### Andragradsfunktioner

$y = ax^2 + bx + c \qquad a \neq 0$

### Potensfunktioner

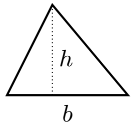
$y = C \cdot x^a$

### Exponentialfunktioner

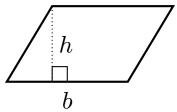
$y = C \cdot a^x \qquad a > 0$ och $a \neq 1$

## Geometri

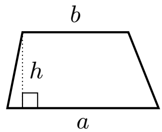
**Triangel** $$A = \frac{bh}{2}$$



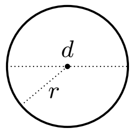

**Parallellogram** $$A = bh$$



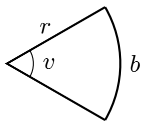

**Parallelltrapets** $$A = \frac{h(a+b)}{2}$$



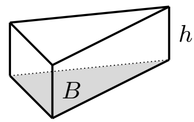

**Cirkel** $$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$ $$O = 2\pi r = \pi d$$




**Cirkelsektor** $$b = \frac{v}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$ $$A = \frac{v}{360^\circ} \cdot \pi r^2 = \frac{br}{2}$$

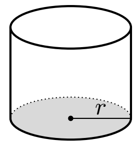


**Prisma** $V = Bh$

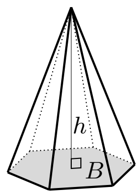



**Cylinder** $V = \pi r^2 h$

Mantelarea
$A = 2\pi r h$

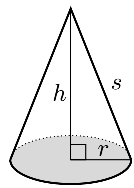



**Pyramid** $V = \dfrac{Bh}{3}$



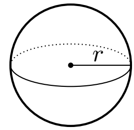

**Kon** $V = \dfrac{\pi r^2 h}{3}$

Mantelarea
$A = \pi r s$




**Klot** $V = \dfrac{4\pi r^3}{3}$

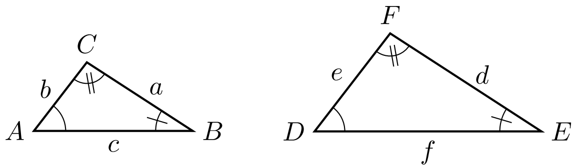
$A = 4\pi r^2$



## Likformighet

Trianglarna $ABC$ och $DEF$ är likformiga.

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$



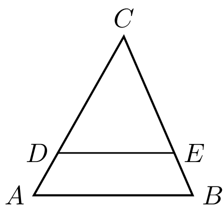

## Skala

Areaskalan = (Längdskalan)$^2$
Volymskalan = (Längdskalan)$^3$

## Topptriangel- och transversalsatsen

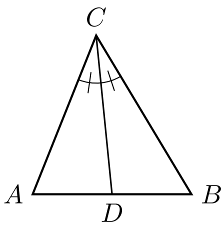
Om $DE$ är parallell med $AB$ gäller

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{AC} = \frac{CE}{BC} \quad \text{och} \quad \frac{CD}{AD} = \frac{CE}{BE}$$



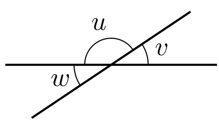

## Bisektrissatsen

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$$



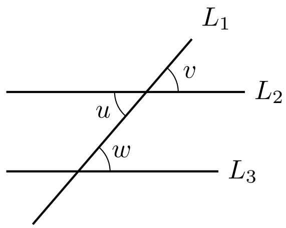

## Vinklar

| | |
|---|---|
| $u + v = 180°$ | Sidovinklar |
| $w = v$ | Vertikalvinklar |

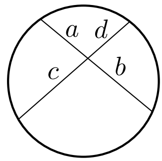


$L_1$ skär två parallella linjer $L_2$ och $L_3$

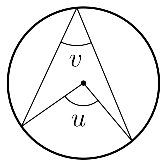
| | |
|---|---|
| $v = w$ | Likbelägna vinklar |
| $u = w$ | Alternatvinklar |



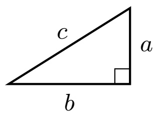

**Kordasatsen** $\quad ab = cd$




**Randvinkelsatsen** $\quad u = 2v$




**Pythagoras sats** $\quad c^2 = a^2 + b^2$

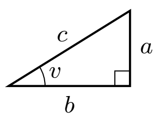



**Trigonometri**

$$\sin v = \frac{a}{c}$$

$$\cos v = \frac{b}{c}$$

$$\tan v = \frac{a}{b}$$



### Avståndsformeln

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

### Mittpunktsformeln

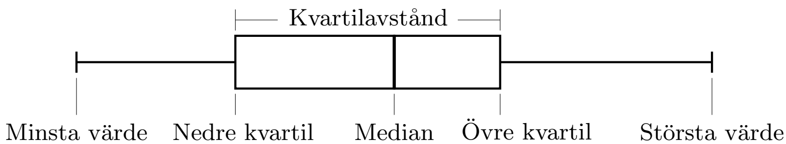
$x_m = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$ och $y_m = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$

## Statistik och sannolikhet

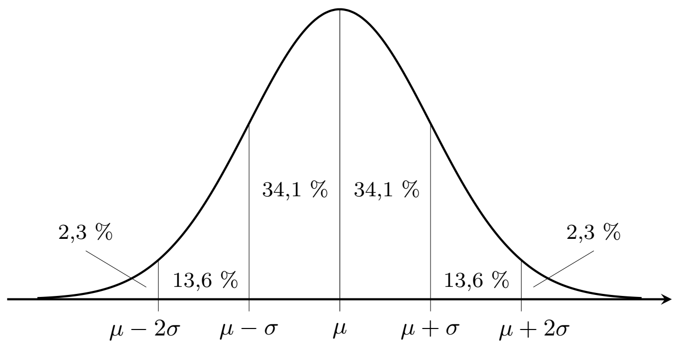
### Standardavvikelse för ett stickprov

$$s = \sqrt{\frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2}{n-1}}$$

### Lådagram




### Normalfördelning



**www.filmomusikgymnasiet.se/matematik**